

Задача 8 «Стадион»

Если люди должны быть целыми, что для фанатов футбола, безусловно, необходимо, нужна целая цена



Задача 8 «Стадион» (пункт а – ЦД разрешена)

Обозначения: 1 – фанаты, 2 – ценители, 12 – обе группы

Дисконтирование: $\frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots = \frac{\frac{1}{1+r}}{1 - \frac{1}{1+r}} = \frac{1}{r} = 10$. (1 балл)

Прибыль:

$$\begin{aligned}\pi &= -C(x_1 + x_2) + 10(0,5TR_1 + 0,5(TR_1 + TR_2)) = \\ &= -5000 - 100(x_1 + x_2) + 10x_1(60 - x_1) + 5x_2(100 - x_2) = \\ &= -5000 + 500x_1 - 10x_1^2 + 400x_2 - 5x_2^2 \rightarrow \max.\end{aligned}$$

Функция – сумма двух слагаемых, каждое из которых ПВВ от одной переменной.

Решение: $x_1 = \frac{500}{20} = 25$, $p_1 = 60 - 25 = 35$, $x_2 = \frac{400}{10} = 40$, $p_2 = 100 - 40 = 60$. (14 баллов)

Штрафы:

–1 балл – несущественная арифметическая ошибка

–1 балл – не обосновано, что точка максимума

–2 балла – не обоснована возможность разделения функции

–1 балл – задача максимизации решена только для одной группы

–7 баллов – максимизируется не прибыль, а выручка (с ответом 30 и 50)

–8 баллов – используется неверное предположение $TR_{12} = TR_1$ или $TR_{12} = TR_2$

Задача 8 «Стадион» (пункт b – ЦД запрещена)

Спрос в зависимости от единой цены:

$$Q = \begin{cases} q_1 = 100 - p, & p > 60 \\ q_1 + q_2 = 160 - 2p, & p < 60 \end{cases} \quad p = \begin{cases} 100 - x, & x < 40 \\ 80 - 0,5x, & x > 40 \end{cases}$$

Если стадион уже построен:

$$TR = q_1(60 - q_1) \rightarrow \max, \quad q_1 = 30, \quad x \geq 30$$

(если стадион достаточного размера, максимизируем выручку, иначе продаем все места!)

$$TR = x(80 - 0,5x) \rightarrow \max, \quad x = 80$$

(стадион размера больше 80 не нужен!)

Размер стадиона (x)	< 30	[30; 40]	[40; 80]	> 80
50% Плохой год (фанаты)	Фанаты $p = 60 - x$ $TR_1 = x(60 - x)$	Фанаты $p = 30$ $TR_1 = 900$	Фанаты $p = 30$ $TR_1 = 900$	Фанаты $p = 30$ $TR_1 = 900$
50% Хороший год (ценит. / все)	Ценители $p = 100 - x$ $TR_2 = 0,5x(100 - x)$	Ценители $p = 100 - x$ $TR_2 = 0,5x(100 - x)$	Все $p = 80 - 0,5x$ $TR_{12} = x(80 - 0,5x)$	Все $p = 40$ $TR_{12} = 3200$

Задача 8 «Стадион» (пункт б – ЦД запрещена, продолжение)

Размер стадиона (x)	< 30	[30; 40]	[40; 80]	> 80
50% Плохой год (фанаты)	Фанаты $p = 60 - x$ $TR_1 = x(60 - x)$	Фанаты $p = 30$ $TR_1 = 900$	Фанаты $p = 30$ $TR_1 = 900$	Фанаты $p = 30$ $TR_1 = 900$
50% Хороший год (ценит. / все)	Ценители $p = 100 - x$ $TR_2 = 0,5x(100 - x)$	Ценители $p = 100 - x$ $TR_2 = 0,5x(100 - x)$	Все $p = 80 - 0,5x$ $TR_{12} = x(80 - 0,5x)$	Все $p = 40$ $TR_{12} = 3200$

Особое внимание (многими пропущен): участок [30; 40] в хороший год. Например, $x = 39$. Тогда $p = 61$, и приходят только ценители.

Прибыль:

$$\pi = \left\{ \begin{array}{ll} 5x(60 - x) + 5x(100 - x) - 100x = 700x - 10x^2, & x < 30 \\ 4500 + 5x(100 - x) - 100x = 4500 + 400x - 5x^2, & x \in [30; 40] \\ \mathbf{4500 + 5x(80 - 0,5x) - 100x = 4500 + 300x - 2,5x^2}, & \mathbf{x \in [40; 80]} \\ 4500 + 16000 - 100x = 20500 - 100x, & x > 80 \end{array} \right\} \cdot x^* = \left\{ \begin{array}{l} 35 \uparrow \\ 40 \uparrow \\ \mathbf{60 *} \\ \downarrow \end{array} \right\}$$

Ответ: $x=60$, плохой год: $p=30$, $q_1=30$, хороший год: $p=50$, $q_1=10$, $q_2=50$.

Задача 8 «Стадион» (пункт b – ЦД запрещена, критерии оценки)

Решена задача монополии с единой ценой	1 балл
Сказано, что нужно рассматривать интервалы:	1 балл
Построена функция суммарного спроса (граница $x=40$):	1 балл (в сумме 2)
Рассмотрен случай плохого года, найдено решение (30; 30):	3 балла
Штрафы:	
Арифметическая ошибка	-1 балл
Не представлен ответ на вопрос о ценах	-2 балла
Не построена функция суммарного спроса	-2 балла
Не рассмотрен один из интервалов (типично [30; 40])	-6 баллов
Спросы фанатов в плохой и хороший год приведены как подобные слагаемые	-8 баллов
Предполагается единая цена для плохого и хорошего года	-10 баллов

Game Over!!!

Вопросы, замечания, предложения:

alexander.filatov@gmail.com, <http://vk.com/alexander.filatov>,

<http://vk.com/baikalreadings>